

あるきめられた時間  $T$  (s) の間に、1 個の放射線検出器を用いて放射線源の強さを測定する。ソースを測定しているときの (バックグラウンド込みの) カウントレートの期待値が  $r$  (c/s), ソースを外したときのカウントレートの期待値が  $b$  (c/s) であるとき、時間  $T$  のうちでソース測定の時間をいくらにとるのが最適か?

$T - b$  の測定時間 ( $T_b$ ) =  $r$  の測定時間 ( $T_r$ ) とおける。

ソースのみのカウントレートの期待値を  $x$  (c/s) とする。

それぞれの誤差を  $\sigma_b, \sigma_r, \sigma_x$  とおく。

$$r = \frac{\text{バックグラウンド+ソースのカウント数}(N_r)}{T - T_b}$$

$$b = \frac{\text{バックグラウンドのカウント数}(N_b)}{T_b}$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_r^2 + \sigma_b^2$$

$N_r = r$  のカウント数

$N_b = b$  の " "

$$\sigma_x^2 = \left( \frac{\sigma_{N_r}}{T - t_b} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{N_b}}{t_b} \right)^2$$

$$= \frac{N_r}{(T - t_b)^2} + \frac{N_b}{t_b^2}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{r}{T - t_b} + \frac{b}{t_b}$$

$$2\sigma_x d\sigma_x = \left( \frac{r}{(T - t_b)^2} - \frac{b}{t_b^2} \right) dt_b \quad \leftarrow \text{これが 0 になると最適になる}$$

$$\Rightarrow \frac{t_b}{T - t_b} = \sqrt{\frac{b}{r}} \Rightarrow \frac{T - t_r}{t_r} = \sqrt{\frac{b}{r}} \Rightarrow \boxed{t_r = T \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{b}{r}}}}$$

もし  $b \ll r$  なら  $t_r \approx T$

$b \approx r$  なら  $t_r \approx \frac{T}{2}$